Мустафина Мергуль Оралбековнаның
«8D05401-Математика» білім беру бағдарламасы бойынша
PhD философия докторы ғылыми дәрежесін алу үшін
«Граф-ағаштардағы дифференциалдық теңдеулер үшін шекаралық шарттарды идентификациялау »
тақырыбында дайындалған диссертациялық жұмысының

Андатпасы

Зерттеу жұмысының жалпы сипаттамасы: Диссертациялық жұмыста графтардағы Штурм–Лиувилль операторларының шекаралық коэффициенттерін және үйлесімділік шарттарына кіретін коэффициенттерді тектес операторлардың кейбір шектеулі меншікті мәндер жиынтығы бойынша бірмәнді қалпына келтіру мәселелері зерттеледі.

Зерттеу жұмысының өзектілігі: Метрикалық графтардағы дифференциалдық операторлар дегеніміз - нанофизикада, толқындардың таралуында, химияда және басқа да жаратылыстану ғылымдарында қолданылатын математикалық физиканың бір саласы болып табылады. Осы тұрғыда пайда болатын модельдер [1] геометриялық құрылымды сақтай отырып, операторлардың спектрлік және шашырау сипаттамаларын аналитикалық түрде есептеуге мүмкіндік береді, сондықтан мұндай модельдер спектралдық құбылыстарды теориялық тұрғыдан зерттеудің маңызды құралы болып табылады. Ал [2] жұмыста графтардағы дифференциалдық операторлар ішектер мен стерженнен, электр тізбектерінен, гидро және жылу желілерінен тұратын механикалық модельдерді талдау үшін қолданылады.

Зерттелу деңгейі:

Графтардағы ішінара кері есептер бойынша алғашқы нәтижелер В.Н. Пивоварчик [22], В.А. Юрко [23] және С. Янг және тағы да басқа авторлардың еңбектерінде алынған [24–26]. Алайда аталмыш жұмыстардың нәтижелері қарапайым құрылымды графтардағы (жұлдызша графтар мен ілмегі бар қарапайым графтар) Штурм–Лиувилль (Шрёдингер) операторлары үшін жалғыздық теоремаларымен шектеледі. Кейін Н.П. Бондаренко әртүрлі типтегі графтардағы ішінара кері есептерді шешудің конструктивті әдісін әзірледі. Осы әдістің көмегімен граф-жұлдыздағы [27–30], циклдері бар қарапайым графтардағы [31, 32], ағаш тәрізді графтардағы (циклсіз графтар) [33], тіпті кез келген геометриялық құрылымды графтардағы дифференциалдық операторлар мен түйіндер үшін жаңа нәтижелер алынған [34, 35]. Бұл нәтижелер тек жалғыздық теоремаларын ғана емес, сонымен қатар жартылай кері есептердің шешімділігі мен орнықтылығын қамтамасыз ететін конструктивті шешу алгоритмдерін де қамтыды.

Осылайша, диссертациялық жұмыс графтардағы Штурм–Лиувилль операторларының шекаралық коэффициенттерін және үйлесімділік шарттарына кіретін коэффициенттерді тектес операторлардың кейбір ақырлы меншікті мәндер жиынтығы бойынша идентификациялау әдістерін терең зерттеуге бағытталған. Ұсынылып отырған идентификациялау әдістері ғылым

мен техниканың түрлі салалары үшін маңызды теориялық және практикалық мәнге ие. Алғашқы кезеңде бұл әдістер ағаш типті және жұлдыз типті графтардағы дифференциалдық операторларға бейімделді.

Зерттеудің мақсаты мен міндеттері

Жұмыстың негізгі мақсаты граф - ағаштарындағы Штурм–Лиувилль операторларының анықталу облыстарын бірмәнді қалпына келтіру мәселелерін зерттеу.

Осы мақсатқа жету үшін келесі міндеттер қойылды:

– граф-жұлдыз бен граф-ағаштағы екінші ретті дифференциалдық операторлардың негізгі шешімдері мен сипаттамалық анықтауыштарын талдау негізінде тікелей спектралдық есептерді зерттеу;

– граф-жұлдыздағы Штурм–Лиувилль операторларының меншікті мәндерінің асимптотикалық формулаларын табу;

– граф – жұлдыз бен граф-ағаштағы екінші ретті дифференциалдық операторлар үшін анықталу облыстарын идентификациялау есептерін ішінара кері спектралдық есептер ретінде зерттеу;

– тектес операторлардың ақырлы меншікті мәндер жиынтығы бойынша шекаралық коэффициенттер мен үйлесімділік шарттарына кіретін коэффициенттерді бірмәнді қалпына келтіру мүмкіндігін негіздеу.

Зерттеу нысаны: Геометриялық графтардағы сызықтық дифференциалдық операторлар.

Зерттеу пәні: Тектес операторлардағы меншікті мәндердің ақырлы жиынтығы бойынша шекаралық коэффициенттерді және үйлесімділік шарттарына кіретін коэффициенттерді бірмәнді қалпына келтіру.

Зерттеу әдістемесі: Диссертациялық жұмыста дифференциалдық теңдеулердің жалпы теориясының, функционалдық анализдің, сондай-ақ кешенді айнымалы функциялар теориясының сыналған әдістері қолданылды. Атап айтқанда, бірінші бөлімде бүтін функцияның жуық нөлдерін табу үшін Хорн әдісі пайдаланылды, ал екінші бөлімде шегерімдер туралы теоремалар мен мероморфты функциялардың қасиеттері қолданылды. Жекелеген тарауларда Вайнштейн анықтауыштары пайдаланылып, бұл бүтін функциялардың нөлдерінің кезектесу қасиеттерін тереңірек анықтауға мүмкіндік берді.

Нәтижесінде тектес операторлардың меншікті мәндерінің ақырлы саны арқылы ізделінетін коэффициенттерді бірмәнді қалпына келтіруге болатыны дәлелденді. Ал бір ғана бастапқы оператордың меншікті мәндерінің ақырлы жиынтығы арқылы мұндай қалпына келтіру мүмкін еместігі көрсетілді.

Зерттеудің ғылыми жаңалығы: Бірінші бөлімде алынған меншікті мәндердің асимптотикалық формулалары граф доғаларының ұзындықтары әртүрлі болған жағдай үшін жаңа нәтиже болып табылады. Бұған дейін мұндай асимптотикалар тек нөлдік потенциалдар және бірдей ұзындықтағы доғалар жағдайында ғана қарастырылған. Бұл диссертацияда потенциалдар дифференциалданатын функциялар түрінде қарастырып, доғалардың ұзындықтары әртүрлі мәндер қабылдайды деп есептейміз.

Жұмыстың екінші жаңалығы – ізделінді коэффициенттерді бірмәнді қалпына келтіру үшін тектес операторлардың меншікті мәндерінің тек ақырлы

санының жеткілікті болатыны және тектес операторларды таңдау процедурасының ұсынылуы.

Зерттеу жұмысының теориялық және практикалық маңызы: Диссертациялық жұмыс қолданылған әдістері мен алынған нәтижелері бойынша теориялық сипатқа ие. Бұл жұмыста дифференциалдық теңдеулер теориясындағы Лагранж формуласы, бүтін және мероморфты функциялар теориясының аналитикалық әдістері, сондай-ақ сызықтық операторлардың спектрлік теориясының нәтижелері кеңінен қолданылды. Жұмыстың теориялық сипатына қарамастан, алынған нәтижелер қолданбалы есептерге де тікелей қатысты. Дербес жағдайда, мембрананың тербелістерін есептеу кезінде көбіне мембрананы бірөлшемді желілермен алмастырады, ал бұл желілер графтар ретінде қарастырылады. Осылайша, екіөлшемді есепті жуықтап есептеулерде бірөлшемді графтық модельдермен алмастыру арқылы есептің өлшемін төмендетуге мүмкіндік туады.

Осылайша, жұмыстың теориялық нәтижелері нақты қолданбалы есептерді шешудің әдіснамалық негізі бола алады.

Қорғауға ұсынылған негізгі ғылыми тұжырымдар:

– граф-жұлдыз бен граф-ағаштағы екінші ретті дифференциалдық операторлардың тура спектрлік есептері олардың негізгі шешімдерін, сипаттамалық анықтауыштарын жан-жақты талдау негізінде зерттелді;

– Штурм–Лиувилль операторларының граф-жұлдыздағы меншікті мәндерінің асимптотикалық формулалары табылды;

– анықталу облыстарын идентификациялау есептері граф-жұлдыз және граф-ағаштағы екінші ретті дифференциалдық операторын спектрлік талдаудың ішінара кері спектрлік есептері ретінде қарастырылды;

– тектес операторлардың ақырлы меншікті мәндер жиынтығы бойынша шекаралық коэффициенттер мен үйлесімділік шарттарына кіретін коэффициенттерді бірмәнді қалпына келтіру мүмкіндігі негізделді.

Зерттеу жұмысының басқа ғылыми-зерттеу жобаларымен байланысы.

Жұмыстың Қазақстан Республикасы Ғылым комитеті мен Ғылым және жоғары білім министрлігінің ғылыми-зерттеу жобаларын орындаумен байланысы бар. Автор бұл жобаларға кіші ғылыми қызметкер ретінде қатысқан:

- № ИРН AP19678089 «Графтардағы дифференциалдық операторлар үшін кері спектрлік есеп» (2023–2025 жж.).

Автордың жеке үлесі. Диссертациялық жұмыста алынған барлық ғылыми нәтижелер автордың ғылыми кеңесшілерімен бірлесіп, тікелей қатысуымен алынды. Автор зерттеу әдістерін әзірлеуге, есептердің шешімін табуға және алынған нәтижелерді талдауға белсенді түрде атсалысты.

Ғылыми жетекшілер есептің дұрыс қойылуына, зерттеудің негізгі бағыттарын айқындауға және алынған нәтижелерді талқылауға өз үлестерін қосты.

Зерттеу жұмысының сынақтан өтуі мен талқылануы. Диссертациялық жұмыстың нәтижелері халықаралық ғылыми конференцияларда, оның ішінде шетелдік конференцияларда, сондай-ақ

ғылыми семинарларда баяндамалар жасалды:

Диссертация тақырыбы бойынша 6 жұмыс, оның ішінде 3 жұмыс Web of Science және Scopus деректер қорлары бойынша импакт – факторы бар шетелдік журналдарда, 1 жұмыс Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігінің Ғылым және жоғары білім беру саласындағы сапаны қамтамасыз ету комитеті ұсынған журналда, 2 жұмыс халықаралық ғылыми конференциялар материалдарының жинақтарында жарияланды.

Жарияланымдар:

1. Kanguzhin B.E., Kaiyrbek Zh.A., Mustafina M.O. Recovering of the Stiffness Coefficients of the Sturm–Liouville Operator on a Star Graph from a Finite Set of Its Eigenvalues// Lobachevskii Journal of Mathematics. -2024.-V.45, №6. – P. 2711-2716. https://doi.org/10.1134/S1995080224602881 (WoS Q2. Scopus Процентиль 57). 02.10.2024.

2. Kanguzhin B.E., Kaiyrbek Zh.A., Mustafina M.O. Determination of Stiffness Coefficients at the Internal Vertices of the Tree Based on a Finite Set of Eigenvalues of an Asymmetric Second-Order Linear Differential Operator// Symmetry. -2025.-V.17, 1263 https://doi.org/10.3390/sym17081263 (WoS Q2. Scopus Процентиль 93). 07.08.2025.

3. Kanguzhin B.E., Mustafina M.O., Kaiyrbek O.A. Well-posed problems for the Laplace-Beltrami operator on a stratified set consisting of punctured circles and segments // Bulletin of the Karaganda University. Mathematics Series. -2025.-V.119, №3. -P 150-163 https://doi.org/10.31489/2025M3/150-163 (WoS Q2. Scopus Процентиль 53). 30.09.2025.

4. G-H. Aimal Rasa, M. Madiyarov, M. Mustafina. On the unique solvability of nonlocal in time problemscontaining the ionkin operator in the spatial variable // KazNU Bulletin. Journal of Mathematics, Mechanics and Computer Science. -2025.- V. 128, №4 35-57. https://doi.org/10.26577/JMMCS202512844. 30.12.2025.

«Уфалық күзгі математикалық мектеп – 2023» халықаралық ғылыми конференциясында (Ресей Федерациясының «Уфа ғылым және технологиялар университеті» федералдық мемлекеттік бюджеттік жоғары оқу орны, Уфа қ., 2023 ж.);

Сәрсен Аманжоловтың 120 жылдығына арналған «Білім мен ғылымды трансформациялау – адами капитал сапасын арттырудың негізгі факторы» «Аманжолов оқулары-2023» Халықаралық ғылыми-тәжірибелік конференциясы (С. Аманжолов атындағы Шығыс Қазақстан университеті, Өскемен қ., 2023 ж.).

Зәки Ахметовтің туғанына 95 жыл толуына орай «Зәки Ахметовтің ғылыми мұрасы және ұлттық құндылықтар» атты Республикалық ғылыми-тәжірибелік конференциясы 2023 (С. Аманжолов атындағы Шығыс Қазақстан университеті, Өскемен қ., 2023 ж.).

«Уфалық күзгі математикалық мектеп – 2024» халықаралық ғылыми конференциясында (Ресей Федерациясының «Уфа ғылым және технологиялар университеті» федералдық мемлекеттік бюджеттік жоғары оқу орны, Уфа қ., 2024 ж.).

«Жаратылыстану ғылымдарындағы кері есептер» атты халықаралық ғылыми конференция (С. Аманжолов атындағы Шығыс

Қазақстан университеті, Өскемен қ., 2024 ж.).

Қаныш Сәтбаевтың 125 жылдығына арналған «Білім-ғылым-бизнес интеграциясы: өзекті мәселелері мен болашағы» тақырыбында студенттер, магистранттар, докоранттар және жас ғалымдардың X Халықаралық ғылыми-тәжірибелік конференциясы (С. Аманжолов атындағы Шығыс Қазақстан университеті, Өскемен қ., 2024 ж.).

«Ғылым, қоғам және жасанды интеллект: өзара ықпалдастықтың өзекті мәселелері» «Аманжолов оқулары-2025» Халықаралық ғылыми-тәжірибелік конференциясы (С. Аманжолов атындағы Шығыс Қазақстан университеті, Өскемен қ., 2025 ж.).

«Уфалық күзгі математикалық мектеп – 2025» халықаралық ғылыми конференциясында (Ресей Федерациясының «Уфа ғылым және технологиялар университеті» федералдық мемлекеттік бюджеттік жоғары оқу орны, Уфа қ., 2025 ж.).

Диссертациялық жұмыстың құрылымы мен көлемі. Диссертациялық жұмыс жалпы кіріспеден, төрт тараудан, қосымшалардан, қорытындыдан және қолданылған әдебиеттер тізімінен тұрады. Жұмыстың жалпы көлемі 109 беттен тұрады. Қолданылған әдебиеттер саны – 136.

Кіріспеде зерттеу тақырыбының өзектілігі негізделіп, мақсаттары, міндеттері, ғылыми жаңалығы мен құрылымы баяндалады.

Қорытындыда жұмыстың негізгі нәтижелері жинақталып, олардың ғылыми және практикалық маңызы баяндалады. Сонымен қатар, болашақта жалғастыруға болатын бағыттар ұсынылады.

Алғыс. Автор отандық ғылым кеңесшісі – әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық Университетінің механика – математика факультетінің «Математика» кафедрасының профессоры, физика - математика ғылымдарының докторы Кангужин Балтабек Есматұлына және шетелдік ғылыми кеңесшісі – Уфа ғылым және технологиялар университетінің профессоры, физика - математика ғылымдарының докторы Ишкин Хабир Кабировичке диссертациялық жұмысты орындау кезіндегі алтын уақыттарын бөліп, дұрыс бағыт бағдар бергені, құнды да пайдалы кеңестері мен жан жақты қолдаулары үшін шынайы алғысын білдіреді.

Автор Қазақстан Республикасының Үкіметіне, әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті мен С. Аманжолов атындағы Шығыс Қазақстан университетіне көрсеткен қолдаулары үшін және шетелдік ғылыми кеңесшімен жұмыс жасауға мүмкіндік бергені үшін алғысын білдіреді.